Д.И. Золотаревская

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА
ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ

Учебное пособие

ИЗДАТЕЛЬСТВО СПУТНИК+

Москва 2018

УДК 512.64(075.8)
ББК 22.143я73-41
З-80

Рецензент:
зав. кафедрой вычислительной техники и прикладной математики РГАУ –
МСХА им. К.А. Тимирязева, ведущий научный сотрудник Вычислительного центра
им. А.А. Дородницына РАН, заслуженный работник высшей школы РФ, д-р. техн. наук, профессор
Е.А. Воронин

Золотаревская Д.И.
З-80 Линейная алгебра. Задачи с решениями: Учебное пособие. – М.: Издательство «Спутник +», 2018. – 223 с.

ISBN 978-5-9973-4677-5

Настоящее учебное пособие включает в себя разделы линейной алгебры, входящие в учебные программы по дисциплинам "Высшая математика" и "Математика" для студентов, обучающихся по экономическим, биологическим, сельскохозяйственным, ряду технических и других специальностей вузов. В книге рассматриваются весьма важные темы линейной алгебры: матрицы, определители, системы линейных уравнений, системы линейных неравенств с двумя переменными, n – мерные векторы и n – мерные векторные пространства.

Книга содержит оглавление, 4 главы, ответы к задачам, включенным в контрольные задания, список литературы. В каждой главе приведены теоретические сведения, носящие справочный характер, и типовые задачи с подробно разобранными решениями. Всего в книге приведено 140 задач и решений к ним. К задачам, связанным с геометрическими построениями, даны иллюстрации, отражающие результаты полученных решений. Подробно разобранные решения задач помогут студентам лучше усвоить линейную алгебру и приобрести навыки самостоятельного изучения предмета. В каждой главе имеются задачи, которые могут быть использованы для составления контрольных заданий для студентов, а также для самостоятельного решения студентами с целью проверки, насколько хорошо усвоены изученные вопросы.

В данном учебном пособии сформулированы алгоритмы решения ряда основных задач: нахождения ранга матрицы, обратной матрицы, решения систем m линейных уравнений с n неизвестными (при $m>n$, $m<n$, $m=n$), вычисления определителей разных порядков методом последовательных исключений (методом Гаусса) с применением «правила прямоугольников». Применение представленных алгоритмов значительно упрощает и ускоряет выполнение расчетов в тех случаях, когда расчеты проводятся без использования компьютеров (на аудиторных занятиях и при самостоятельной работе студентов).

В главе 4 приведены составленные автором задачи прикладного характера и решения этих задач, которые позволят студентам познакомиться с некоторыми приложениями линейной алгебры в экономике, линейном и нелинейном программировании, в математическом анализе, теории вероятностей, при решении инженерных и других практических задач. При составлении задач четвертой главы автором использованы экспериментальные данные, опубликованные в научной литературе.

Предназначается для студентов вузов, обучающихся по экономическим, биологическим, инженерным, сельскохозяйственным и ряду других специальностей. Данное учебное пособие могут использовать студенты, изучающие линейную алгебру при различном количестве учебных часов, отводимых на содержащиеся в нем темы в программах по математике. Рассмотренный в пособии материал, не входящий в учебные программы студентов, обучающихся по специальностям с небольшим числом учебных часов по математике, может быть опущен студентами без ущерба для понимания других включенных в это учебное пособие вопросов. Книга может быть полезна и преподавателям вузов.

УДК 512.64(075.8)
ББК 22.143я73-41

Отпечатано с готового оригинал-макета.
ISBN 978-5-9973-4677-5
© Золотаревская Д.И., 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1
Матрицы и определители 5

1.1 Основные сведения о матрицах. Равенство матриц. Транспонирование матриц 5
1.2. Линейные операции над матрицами 12
1.3 Умножение матриц 18
1.4. Определители и их свойства. Вычисление определителей 26
1.5. Ранг матрицы 54
1.6. Обратная матрица 71
1.7. Контрольные задания 89

Глава 2
Системы линейных уравнений 95

2.1. Основные понятия и определения 95
2.2. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными с помощью обратной матрицы 100
2.3. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными по формулам Крамера 105
2.4. Исследование систем линейных уравнений 109
2.5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса 115
2.6. Системы однородных линейных уравнений 128
2.7. Контрольные задания 137

Глава 3
n - мерные векторы. Арифметические векторные пространства 141

3.1. Арифметические векторные пространства 141
3.2. Линейно зависимые и линейно независимые системы n-мерных векторов 145
3.3. Базис и координаты векторов в пространстве R_n 152
3.4. Ранг системы векторов в пространстве R_n 158
3.5. Контрольные задания 161

Глава 4
Некоторые приложения линейной алгебры в других разделах математики и при решении прикладных задач 163

4.1. Приложения матриц и определителей 163
4.2. Приложения систем линейных уравнений и систем линейных неравенств 179
4.3. Линейная балансовая модель 191
4.4. Контрольные задания 202

Ответы 215

Список литературы 221